Polygones et polyèdres au XIX^{e} siècle : quelques incursions en mathématiques, sciences naturelles et art ornemental

Journée « Enseignement des mathématiques en Limousin », IREM, Université de Limoges

Jenny Boucard
(Centre François Viète, Nantes & Archives Henri Poincaré, Nancy)

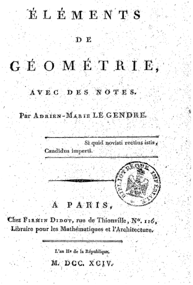
Jeudi 24 janvier 2019

1. Les polygones entre géométrie, algèbre et théorie des nombres au début du XIX^{e} siècle
2. Les polyèdres comme modèles pour penser la matière : la géométrie des cristaux dans la première moitié du XIX^{e} siècle
3. Les polygones comme motif ornemental dans le second XIX^{e} siècle : la théorie de l'ornement de Jules Bourgoin

1 Les polygones entre géométrie, algèbre et théorie des nombres au début du XIXe siècle

Polygones et polyèdres chez Legendre (*Éléments de géométrie*, 1794)

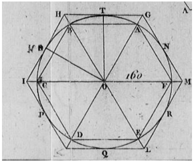
- La construction des polygones réguliers
  - Polygones réguliers et division du cercle : « Tout polygone régulier peut être inscrit ou circonscrit au cercle » $\Rightarrow$ « Pour inscrire un polygone régulier d'un certain nombre de côtés dans une circonférence donnée, il ne s'agit que de diviser la circonférence en autant de parties égales que le polygone doit avoir de côtés. »
  - Construction des polygones réguliers de $2a.n$ côtés $(n = 3, 4, 5, 15)$
  - « et ces polygones réguliers sont les seuls qu'on puisse inscrire par les opérations simples de la géométrie élémentaire »


ÉLÉMENTS
DE
GÉOMÉTRIE,
AVEC DES NOTES.
Par Adrien-Marie LE GENDRE.

Si quid novisti rectius istis,
Candidus imperti.

A PARIS,
Chez Firmin Didot, rue de Thionville, N°. 116,
Libraire pour les Mathématiques et l'Architecture.

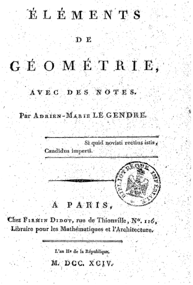
L'an IIe de la République.
M. DCC. XCIV.

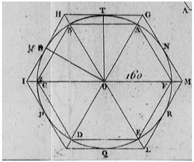


Legendre, 1794, *Éléments de géométrie*, Paris, Firmin-Didot (Gallica).

Polygones et polyèdres chez Legendre (*Éléments de géométrie*, 1794)

- La construction des polygones réguliers
  - Polygones réguliers et division du cercle : « Tout polygone régulier peut être inscrit ou circonscrit au cercle » ⇒ « Pour inscrire un polygone régulier d'un certain nombre de côtés dans une circonférence donnée, il ne s'agit que de diviser la circonférence en autant de parties égales que le polygone doit avoir de côtés. »
  - Construction des polygones réguliers de $2a.n$ côtés $(n = 3, 4, 5, 15)$
  - « et ces polygones réguliers sont les seuls qu'on puisse inscrire par les opérations simples de la géométrie élémentaire »
- Les polyèdres réguliers
  - « Tous les polyèdres que nous considérons sont des polyedres à angles saillants ou polyedres convexes. Nous appelons ainsi ceux dont la surface ne peut être rencontrée par une ligne droite en plus de deux points. » ⇒ Cinq polyèdres réguliers


ÉLÉMENTS
DE
GÉOMÉTRIE,
AVEC DES NOTES.
Par Adrien-Marie LE GENDRE.
Si quid novisti rectius istis,
Candidus imperti.
À PARIS,
Chez Firmin Didot, rue de Thionville, N°. 116,
Libraire pour les Mathématiques et l'Architecture.
L'an IIe de la République.
M. DCC. XCIV.



Legendre, 1794, *Éléments de géométrie*, Paris, Firmin-Didot (Gallica).

Les *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss (1801)

- Un ouvrage sur « cette partie des Mathématiques où l'on considère particulièrement les nombres entiers, quelquefois les fractions, mais où l'on exclut toujours les nombres irrationnels »

Les *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss (1801)

- Un ouvrage sur « cette partie des Mathématiques où l'on considère particulièrement les nombres entiers, quelquefois les fractions, mais où l'on exclut toujours les nombres irrationnels »
- Introduction des congruences : $a \equiv b \pmod p$ lorsque p divise $a-b$
- g racine primitive du nombre p :
  $1, g, g^2, g^3, \ldots, g^{p-2} \pmod p \Leftrightarrow 1, 2, 3, \ldots, p-1$
  $\Rightarrow$ Représentation des nombres entiers de 1 à $p-1$ par une suite géométrique

Les *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss (1801)

- Un ouvrage sur « cette partie des Mathématiques où l'on considère particulièrement les nombres entiers, quelquefois les fractions, mais où l'on exclut toujours les nombres irrationnels »

- Introduction des congruences : $a \equiv b \pmod{p}$ lorsque p divise $a-b$
- g racine primitive du nombre p :
  $1,\ g,\ g^2,\ g^3,\ \ldots,\ g^{p-2} \pmod{p} \Leftrightarrow 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ p-1$
  $\Rightarrow$ Représentation des nombres entiers de 1 à $p-1$ par une suite géométrique

- Section VII - « Des équations qui déterminent les divisions du cercle » :
  « La théorie de la division du cercle, ou des polygones réguliers, qui compose la section VII, n'appartient pas par elle-même à l'Arithmétique, mais ses principes ne peuvent être puisés que dans l'Arithmétique transcendante. »
  - Dans un repère d'origine le centre d'un cercle et dont l'unité est le rayon du cercle, les sommets du polygone régulier de n côtés où pour coordonnées $\cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}$, $n = 0, 1, \ldots, n-1$. Or $\left(\cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}\right)^n = 1$
  - Construction des racines de l'équation $x^n = 1 \Rightarrow$ construction des sommets du polygone régulier à n côtés

Les *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss (1801)

Section VII : résolution de l'équation $x^{13}-1=0$

- Résolution de $x^{12}+x^{11}+\ldots+x+1=0$
- Racines : r, r^2, r^3, ..., r^{12}
- Outil clé : racine primitive g de 13
- Réindexation des racines de $x^{12}+x^{11}+\ldots+x+1=0$:

$$r, \quad r^{g}, \quad r^{g^2}, \quad r^{g^3}, \quad r^{g^4}, \quad r^{g^5}, \quad r^{g^6}, \quad r^{g^7}, \quad r^{g^8}, \quad r^{g^9}, \quad r^{g^{10}}, \quad r^{g^{11}}.$$

- Regroupement en 2 Périodes de 6 racines, puis en 4 périodes de 3 racines, ... :

$$\underbrace{\{r+r^{g^2}+r^{g^4}+r^{g^6}+r^{g^8}+r^{g^{10}}\}}_{\{r+r^{g^4}+r^{g^8}\},\{r^{g^2}+r^{g^6}+r^{g^{10}}\}}, \qquad \{r^{g}+r^{g^3}+r^{g^5}+r^{g^7}+r^{g^9}+r^{g^{11}}\}$$

Les *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss (1801)

Section VII : résolution de l'équation $x^{13}-1=0$

- Résolution de $x^{12}+x^{11}+\ldots+x+1=0$
- Racines : r, r^2, r^3, ..., r^{12}
- Outil clé : racine primitive g de 13
- Réindexation des racines de $x^{12}+x^{11}+\ldots+x+1=0$:

$$r, \quad r^g, \quad r^{g^2}, \quad r^{g^3}, \quad r^{g^4}, \quad r^{g^5}, \quad r^{g^6}, \quad r^{g^7}, \quad r^{g^8}, \quad r^{g^9}, \quad r^{g^{10}}, \quad r^{g^{11}}.$$

- Regroupement en 2 Périodes de 6 racines, puis en 4 périodes de 3 racines, ... :

$$\underbrace{\{r+r^{g^2}+r^{g^4}+r^{g^6}+r^{g^8}+r^{g^{10}}\}}_{\{r+r^{g^4}+r^{g^8}\},\{r^{g^2}+r^{g^6}+r^{g^{10}}\}}, \qquad \{r^g+r^{g^3}+r^{g^5}+r^{g^7}+r^{g^9}+r^{g^{11}}\}$$

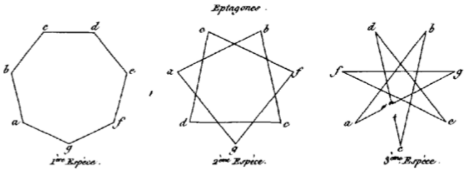
→ Condition suffisante pour la construction de polygones réguliers à la règle et au compas

Poinsot et la « théorie de l'ordre » (1810-1845) - une pratique spécifique des mathématiques

- L'ordre comme « la disposition mutuelle qu'on peut observer actuellement entre plusieurs objets » (Poinsot, 1820)
- L'ordre comme lien entre algèbre, théorie des nombres et géométrie : « Nous avons repris et continué toutes ces recherches qui sont liées entre elles de la manière la plus intime, et qui ont en général pour objet, la théorie de l'ordre et de la situation des choses sans aucune considération de grandeur [...] » (Poinsot, 1818)
- L'ordre comme grande catégorie des mathématiques : « Les mathématiques ne sont pas seulement la science des rapports, je veux dire que l'esprit n'y a pas uniquement en vue la *proportion* ou la *mesure* ; il peut encore considérer le nombre en lui-même, l'*ordre* et la *situation* des choses, sans aucune idée de leurs rapports, ni des distances plus ou moins grandes qui les séparent. » (Poinsot, 1845)

Poinsot 1810 : Polygones, algèbre et théorie des nombres

« On rapporte les questions suivantes à la géométrie de situation, parce qu'on y considère moins la grandeur et la proportion des figures, que l'ordre et la situation des divers éléments qui les composent. »



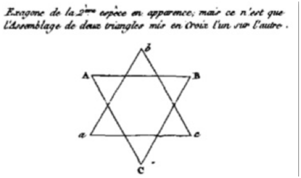
- **Polygones réguliers et équations**

  « les racines imaginaires ne sont pas propres à reproduire, par leurs puissances successives, toute la série des racines »

- **Une définition géométrique de nombre premier**

  h premier à m $\Leftrightarrow$ Si on joint m points rangés en cercle de h en h, on passe par tous les points avant de revenir au premier.

- **Classification des polyèdres convexes**

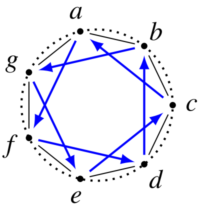


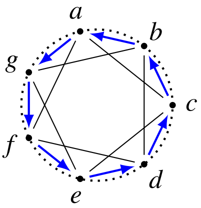
Poinsot, 1810, « Mémoire sur les polygones et les polyèdres », *JEP* (Gallica).

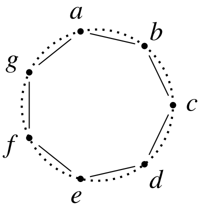
L'ordre (et les polygones) comme procédé de démonstration

Des démonstrations « tirées de la considération de l'ordre »(Poinsot 1845, III)

- Caractérisation de deux nombres premiers entre eux (1810)
- *Si α et β sont premiers à N, alors $\alpha\beta$ est premier à N*
  - N points rangés en cercle → polygone P à N côtés
  - α premier à $N \Rightarrow$ nouveau polygone P_1 (étoilé) de N côtés
  - β premier à $N \Rightarrow$ nouveau polygone P_2 de N côtés à partir de P_1
  - Pour passer de P à P_2, on a joint les sommets de $\alpha\beta$ en $\alpha\beta$
  - Nouveau polygone P_2 de N côtés $\Rightarrow \alpha\beta$ premier à N.





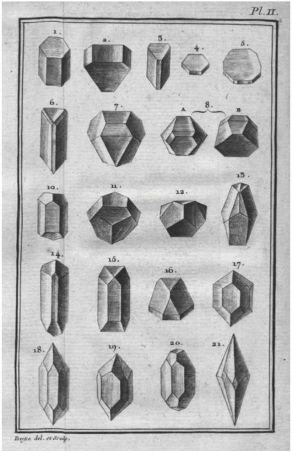


D'autres démonstrations : Calcul du PGCD, Théorème de Fermat-Euler, Résolution de l'équation diophantienne $ax - by = c$

2. Les polyèdres comme modèles pour penser la matière : la géométrie des cristaux dans la première moitié du XIX^e^ siècle

Jean Baptiste Romé de l'Isle et son *Essai de cristallographie* (1772)

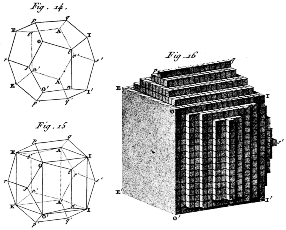
- Objectif : description complète des cristaux connus
- Critère de classification : « constance des angles » dièdres entre les différentes faces
- Pour chaque espèce de cristal : une « forme primitive »



Romé de l'Isle, 1772, *Essai de cristallographie*, Paris, Didot (Gallica).

René-Just Haüy et son œuvre de cristallographie (1784-1822)

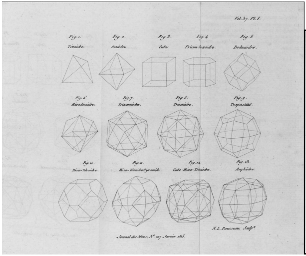
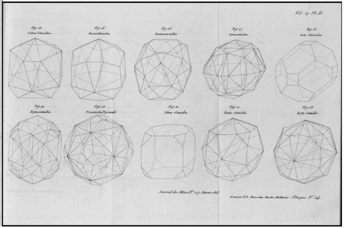
- Une référence fondamentale au XIXe siècle
- Importance de l'observation et de l'expérience
- Les « molécules intégrantes » comme briques élémentaires du cristal → tétraèdre, prisme, parallélépipède
- Les cristaux comme « des assemblages de molécules intégrantes parfaitement semblables par leurs formes, et subordonnées à un arrangement régulier »
- Noyau (ou forme primitive) & forme secondaire par la loi de décroissement
- Dénombrement des formes pour les molécules intégrantes (3), des formes primitives (5 en 1801) et des formes secondaires (18 en 1822)



Haüy, 1801, *Traité de minéralogie*, Paris, Louise (Mauskopf, 1976).

Le projet cristallo-chimique d'Ampère (vers 1814)

- « Lettre de Monsieur Ampère à M. le comte Berthollet, sur la détermination des proportions dans lesquelles les corps se combinent d'après le nombre et la disposition respective des molécules dont leurs particules intégrantes sont composées »
- Première tentative d'élaboration d'une théorie géométrique des combinaisons chimiques
- Corps : assemblage polyédrique de *molécules* qui forme une *particule* → Recherche des « formes représentatives » (polyèdres) des particules

Ampère, 1815, « Lettre de M. Ampère à M. le comte Bertholet... », *Journal des mines* (http ://annales.ensmp.fr).

Le projet cristallo-chimique d'Ampère (vers 1814)

Prévoir le résultat de combinaisons chimiques

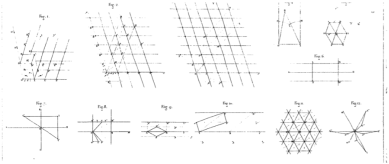
Lettre de M. Ampère à M. le comte Berthollet . . . , *Annales de chimie*, 1814

Si l'on essaie, par exemple, de combiner des téraèdres et des octaères, de maniée que le nombre des premiers soit la moitié de celui des seconds, on ne trouve que des formes bizarres qui ne présentent aucune régularité ou aucune proportion entre les grandeurs relatives de leurs différentes faces. On doit en conclure qu'un corps A, dont les particules ont pour forme représentative des tétraèdres, et un corps B, dont les particules sont représentées par des octaèdres, ne s'uniront pas de manière qu'il y ait dans la combinaison une proportion de A et deux proportions de B ; cette combinaison sera facile au contraire, entre deux proportions de A et une de B, puisque deux tétraèdres et un octaèdre forment, par leur réunion, un dodécaèdre.

→ Analogie entre une combinaison chimique et une construction géométrique

Les *Études cristallographiques* d'Auguste Bravais (1848-1851)

- Note sur les polyèdres symétriques de la géométrie
- Mémoire sur les polyèdres de forme symétrique
- Mémoire sur les systèmes formés par des points distribués régulièrement ou dans l'espace
- Études cristallographiques
  1. Du cristal considéré comme un simple assemblage de points
  2. Du cristal considéré comme un assemblage de molécules polyatomiques
  3. Des macles et des hémitropies



Bravais, 1866, *Études cristallographiques*, Paris, Gauthier-Villars (Gallica).

Les hypothèses cristallographiques de Bravais

Réseaux polygonaux et polyèdres moléculaires

- Modèle physique
  - Corps homogène comme « agrégation de molécules de même composition chimique »
  - Cristallisation : « centre de gravité des molécules se disposent en files rectilignes à espacements égaux »

Les hypothèses cristallographiques de Bravais

Réseaux polygonaux et polyèdres moléculaires

- Modèle physique
  - Corps homogène comme « agrégation de molécules de même composition chimique »
  - Cristallisation : « centre de gravité des molécules se disposent en files rectilignes à espacements égaux »
- Constitution d'une théorie géométrique des assemblages & correspondance avec les cristaux
  - Classification des assemblages cristallins en 7 systèmes en fonction des axes de symétrie
  - Problème : comment expliquer l'adoption d'un système cristallin donné & phénomènes d'hémiédrie ?

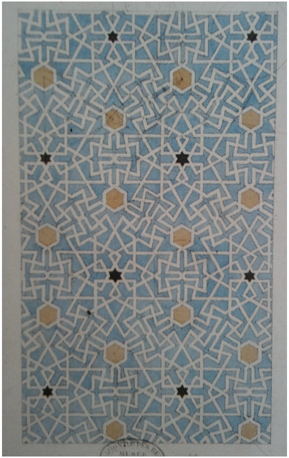
Les hypothèses cristallographiques de Bravais

Réseaux polygonaux et polyèdres moléculaires

- Modèle physique
  - Corps homogène comme « agrégation de molécules de même composition chimique »
  - Cristallisation : « centre de gravité des molécules se disposent en files rectilignes à espacements égaux »
- Constitution d'une théorie géométrique des assemblages & correspondance avec les cristaux
  - Classification des assemblages cristallins en 7 systèmes en fonction des axes de symétrie
  - Problème : comment expliquer l'adoption d'un système cristallin donné & phénomènes d'hémiédrie ?
- Prise en compte des éléments symétriques des polyèdres moléculaires
  - Détermination du système cristallin en fonction des symétries du polyèdre moléculaire
  - Trois types d'éléments de symétrie (centres, axes, plans) → 23 classes en 6 groupes distincts

3 Les polygones comme motif ornemental dans le second XIX^{e} siècle : la théorie de l'ornement de Jules Bourgoin

L'art ornemental au XIX^{e} siècle



Aquarelle pour [Bourgoin 1873]

[Parvillée 1874]

Source : Rémi Labrusse, 2011, *Islamophilies. L'Europe moderne et les arts de l'Islam*, Paris, Somogy.

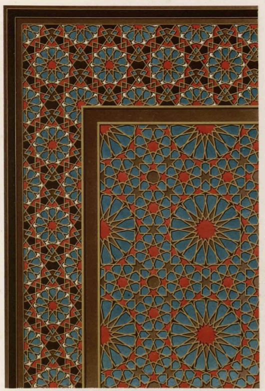
L'art ornemental au XIXe siècle

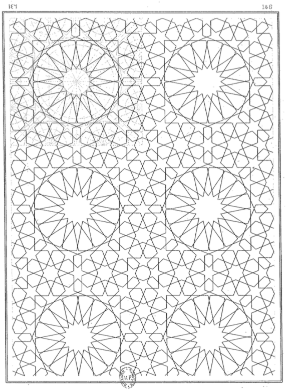
Recueils *vs* grammaires d'ornement

Chevanard, 1832, *Album de l'ornemaniste* .

Jones, 1868, *Grammar of Ornament*, London, Bernard Quaritch (Hathi Trust).

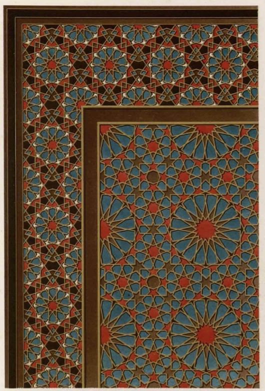
Bourgoin, *Les arts arabes* (1873-1879)



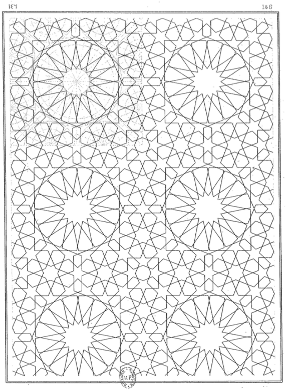


Bourgoin, 1873, *Les arts arabes*, Paris, Morel (Bib. num. INHA).

Bourgoin, *Les arts arabes* (1873-1879)



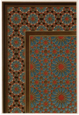
PL. 68. D'une école au Caire. — Le motif milieu dérive du réseau carré droit, recoupé d'un autre réseau diagonal ; l'encadrement dérive du pentagone et du décagone étoilé.

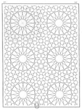


Pl. 148. — Plan carré. — Distribution suivant le réseau de l'octogone et du carré assemblés. Par les sommets de l'octogone on décrit des circonférences égales et tangentes, puis par le centre on décrit une circonférence tangente aux premières. On subdivise les angles environnant les sommets et le centre en deux parties égales, puis on décrit un cercle concentrique qui contient sur sa circonférence les centres des arcs composant les rosettes curvilignes, et dans laquelle on inscrit une rosette de cinq mailles hexagonales. Cette rosette n'est pas et ne peut pas être de symétrie radiée, elle est paire. On inscrit au centre une rosette curviligne, puis une rosette octogonale dont les côtés prolongés raccordent par un losange les côtés prolongés des rosettes pentagonales. Cet entrelacs est composé de deux nappes entrecroisées, l'une rectiligne et l'autre curviligne.

Bourgoin, 1873, *Les arts arabes*, Paris, Morel (Bib. num. INHA).

Bourgoin, *Les arts arabes* (1873-1879)



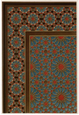


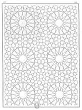
PL. 148. — Plan carré. — Distribution suivant le réseau de l'octogone et du carré assemblés. Par les sommets de l'octogone on décrit des circonférences égales et tangentes, puis par le centre on décrit une circonférence tangente aux premières. On subdivise les angles environnant les sommets et le centre en deux parties égales, puis on décrit un cercle concentrique qui contient sur sa circonférence les centres des arcs composant les rosettes curvilignes, et dans laquelle on inscrit une rosette de cinq mailles hexagonales. Cette rosette n'est pas et ne peut pas être de symétrie radiée, elle est paire. On inscrit au centre une rosette curviligne, puis une rosette octogonale dont les côtés prolongés raccordent par un losange les côtés prolongés des rosettes pentagonales. Cet entrelacs est composé de deux nappes entrecroisées, l'une rectiligne et l'autre curviligne.

Viollet-Leduc, sur [Bourgoin 1873]

« Si l'on procède par la méthode analytique, si on trace d'abord quelques lignes qui paraissent gouverner le système, on reconnaît que le principe de ces compositions compliquées est d'une parfaite simplicité. »

Bourgoin, *Les arts arabes* (1873-1879)





Pl. 148. — Plan carré. — Distribution suivant le réseau de l'octogone et du carré assemblés. Par les sommets de l'octogone on décrit des circonférences égales et tangentes, puis par le centre on décrit une circonférence tangente aux premières. On subdivise les angles environnant les sommets et le centre en deux parties égales, puis on décrit un cercle concentrique qui contient sur sa circonférence les centres des arcs composant les rosettes curvilignes, et dans laquelle on inscrit une rosette de cinq mailles hexagonales. Cette rosette n'est pas et ne peut pas être de symétrie radiée, elle est paire. On inscrit au centre une rosette curviligne, puis une rosette octogonale dont les côtés prolongés raccordent par un losange les côtés prolongés des rosettes pentagonales. Cet entrelacs est composé de deux nappes entrecroisées, l'une rectiligne et l'autre curviligne.

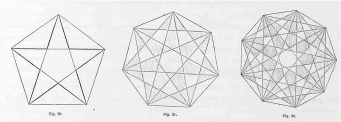
Viollet-Leduc, sur [Bourgoin 1873]

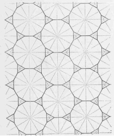
« Si l'on procède par la méthode analytique, si on trace d'abord quelques lignes qui paraissent gouverner le système, on reconnaît que le principe de ces compositions compliquées est d'une parfaite simplicité. »

Bourgoin, *Les arts arabes* (1873)

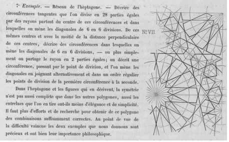
« En prenant le mot Art dans son acception abstraite, on peut considérer l'art arabe comme étant un système de décoration fondé tout entier sur l'ordre et la forme géométriques, et qui n'emprunte rien ou presque rien à l'observation de la nature ; c'est-à-dire que cet art, fort complet en soi, est dépourvu de symbolisme naturel et de signification idéale ».

Vers une classification « rationnelle » des entrelacs





I - La géométrie des polygones


7e *Exemple.* — Réseau de l'heptagone. — Décrire des circonférences tangentes que l'on divise en 28 parties égales par des rayons partant du centre de ces circonférences et dans lesquelles on mène les diagonales de 6 en 6 divisions. De ces mêmes centres et avec la moitié de la distance perpendiculaire de ces centres, décrire des circonférences dans lesquelles on mène les diagonales de 6 en 6 divisions, — ou plus simplement on partage le rayon en 2 parties égales; on décrit une circonférence, passant par le point de division, et l'on mène les diagonales en joignant alternativement et dans un ordre régulier les points de division de la première circonférence à la seconde.

Dans l'heptagone et les figures qui en dérivent, la symétrie n'est pas aussi complète que dans les autres polygones, aussi les entrelacs que l'on en tire ont-ils moins d'élégance et de simplicité. Il faut plus d'efforts et de recherche pour obtenir de ce polygone des combinaisons suffisamment correctes. Au point de vue de la difficulté vaincue les deux exemples que nous donnons sont précieux et ont bien leur importance philosophique.

II - Le trait des entrelacs

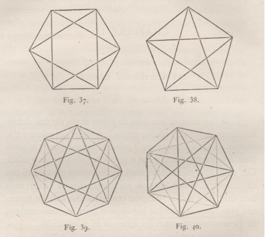
Bourgoin, 1873, *Les arts arabes*, Paris, Morel (Bib. num. INHA).

Bourgoin, *Les arts arabes* (1873)

« Si l'on recueille les motifs divers pour les rapprocher, les comparer et finalement en déduire le diagramme essentiel, on tombe sur un certain nombre de figures géométriques distinctes et irréductibles les unes dans les autres, qui elles-mêmes se résolvent en des éléments plus simples et plus généraux [. . .]. Si l'on adopte pour point de départ d'un motif d'ornementation tel polygone déterminé, on obtiendra nécessairement et avant toute intervention de la fantaisie de l'artisan une figure géométriquement dérivée de ce polygone. Il y a donc dans les entrelacs une part nécessaire et une part arbitraire. »

Bourgoin, lecteur de Poinsot sur les polygones et les polyèdres

- Sur la géométrie de situation et la théorie de l'ordre → fondement épistémologique de sa théorie de l'ornement
- Les différentes espèces de polygones → éléments pour sa théorie de l'ornement
- La théorie des polyèdres → formes géométriques & classification
- Au-delà de Poinsot, de nombreuses lectures (récentes) sur les constructions géométriques



Bourgoin, 1873, *Les arts arabes*, Paris, Morel (Bib. num. INHA).

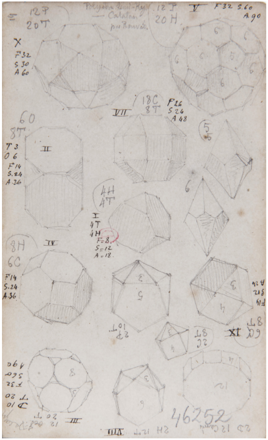
Bourgoin, *Les arts arabes*, 1873

Le problème de la division de la circonférence en parties égales ou de l'inscription des polygones réguliers dans le cercle, considéré au point de vue mathématique, dépend de la trigonométrie et se rattache à la théorie des équations algébriques. À ce point de vue très-général et purement spéculatif, c'est un fort beau problème, mais dont nous n'avons nul souci à prendre, car, aussi bien pour le géomètre que pour l'artisan, la division effective de la circonférence est une opération purement graphique et rentre dans les conditions d'exactitude que comportent toutes les opérations manuelles.

Bourgoin et les classifications de polyèdres

- Corpus important :
  - Nicolas-Joseph Lidonne (1808)
  - Louis Poinsot (1810)
  - Augustin-Louis Cauchy (1813)
  - Eugène-Charles Catalan (1865), etc.

- Thématique en lien avec le géométrie, l'art ornemental et la cristallographie
- Propriétés formelles, esthétiques et mathématiques
- Ordre et situation en mathématiques
- Synthèse de la classification des solides de Catalan. Reproduction des figures avec leur nomenclature.



J. Bourgoin, Polyèdres. Paris, INHA, Arch. 67, 9, 22

Éléments de conclusion

- Différents statuts et usages
  - Étude des polygones et des polyèdres : définition, construction, classification
  - Polygones et polyèdres comme outils pour démontrer, « modéliser », classifier, comprendre/prévoir, décrire/inventer
- À la croisée de domaines de savoirs mathématiques, physiques et artistiques
- Des notions transversales associées : symétrie, arrangement, classifications
- Polygones et polyèdres pour penser la matière → Simplicité et harmonie de la nature, de l'art
- Une culture spécifique (française) autour des polygones et des polyèdres ?